Попова Т.Г.

к.п.н., заместитель директора по УВР

ГБОУ школа 644 г. Санкт-Петербург

**Развитие комбинаторно-логического мышления при подготовке к ЕГЭ**

*Комбинаторно-логическое мышление* – это мышление, при помощи которого обучающийся с помощью логических приемов выстраивает определенные комбинации способов и методов, направленных как на разрешение различным числом вариантов частных конкретных задач, так и на поиск общих закономерностей [3, C. 95].

Педагогические компоненты данного мышления направлены на выработку у старшеклассника умений:

* расчленять объект, предмет, понятие на части, а также осуществлять обратный ход мыслей (анализ, синтез);
* переходить от частного случая задачи к общему и обратно (от индуктивного к дедуктивному приему и наоборот), осуществляя перебор или комбинацию: исходных элементов задачи; отдельных частей или их сочетаний, полученных в результате расчленения изучаемого объекта;
* осуществлять поиск различных путей решения одной и той же задачи, осуществляя перебор исходных данных;
* осуществлять поиск различных путей оформления решения задачи.

Рассмотрим прием работы над сюжетной задачей при подготовке к ЕГЭ.

Задача № 1

В пачке письменных работ абитуриентов- не более 75 работ. Известно, что половина работ в этой пачке имеют оценку «отлично». Если убрать три верхние работы, то 48% оставшихся работ будут с оценкой «отлично». Сколько работ было в пачке?

Решение: , где *у*- число письменных работ абитуриентов. В полученном уравнении 0,48(*у*-3)=-*n*, *n-*число убранных работ из числа выполненных на «отлично». Число *n*  может принимать значения 0, 1, 2 или 3, т.е. при решении осуществляется перебор возможных вариантов.

Далее учащиеся в мини-группах разбирают решение задачи №2.

Задача № 2

Рыбаки поймали *n* рыб, из них 48% окуней. Пять рыб были опущены в озеро. После этого рыб снова пересчитали и оказалось, что среди оставшихся 50% составляют окуни. Сколько рыб поймали рыбаки, если известно, что ?

Разобрав поэтапно решение одной задачи, учащиеся при помощи учителя разрабатывают алгоритм (модель), рис.1.

**Шаг 4. Рефлексивный компонент**

**Шаг 1. Ввести неизвестные**

Определить ограничения на неизвестные величины

Определить, какие из неизвестных можно определить комбинаторным методом перебора

Сравнение неравенств задачи №1 и задачи №2: сходство, различие

Решение задачи №2 методом аналогичным задачи №1

***(Работа учащихся в мини-группах)***

**Выводы.** Обобщение результатов. Оформление алгоритма решения сюжетной задачи с использованием комбинаторного метода перебора

**Шаг3. Творческий компонент.** По желанию учащиеся разрабатывают аналогичные задачи или решают задачи предложенные учителем (задачи №3,4)

**Рис. 1.** Алгоритм решения сюжетной задачи с использованием комбинаторного метода перебора

Задача № 3. В корзине лежало не более 70 грибов. После разбора оказывалось, что 52% из них- белые. Если отложить 3 самых малых гриба, то среди оставшихся будет ровно половина белых. Сколько грибов в корзине белых? (= 0,52у- *n,* где *n*=0,1,2,3)

Задача № 4 В урне лежали белые и черные шары, их число не более 55. Число белых относилось к числу черных как 3:2. После того, как из урны вынули 4 шара, оказалось, что соотношение белых и черных равно 4:3. Сколько шаров лежало в урне?

*Рассмотрим отработку комбинаторной задачи –задачи коммивояжера*

Задача о коммивояжере, задача о бродячем торговце - комбинаторная задача теории графов. В простейшем случае формулируется следующим образом: даны *n* городов и известно расстояние между каждыми двумя городами; коммивояжер, выходящий из какого-нибудь города, должен посетить (*n*-1) других городов и вернуться в исходный. В каком порядке должен он посещать города (по одному разу каждый), чтобы общее пройденное расстояние было минимальным?

Задача № 1. Схема рассуждений и ход решения

Шаг 1. Для *n* = 2 решение задачи очевидно, так как коммивояжеру необходимо по одному и тому же пути необходимо осуществить путешествие до соседнего города и обратно (Рис.2).

А

В

Рис.2

С

А

В

Рис.3

Возможные пути путешествия коммивояжера

АВСА.

или

АСВА.

Шаг 2. Проведя рассуждения для *n* = 3, убеждаемся, что задача имеет один и тот же исход при возможности двух вариантов осуществления пути (Рис.3.).

Шаг 3. Проводим рассуждения для *n* = 4.

Первая сложность: увеличение числа ходов.

В ходе рассуждений принимаем решение, рассмотреть расположение четырех городов в вершинах различного вида многоугольников: квадрат, ромб, параллелограмм, трапеция, произвольный четырехугольник.

Шаг 4. Четыре города находятся в вершинах квадрата (Рис. 4.).

Рис. 4.

А

В

С

D

Возможные пути движения коммивояжера, при условии, что он начинает свой поход из города А:

* 1. А – В – С – D – A.
  2. A – B – D – C – A.

3) A – D – B – C – A.

4) A – D – C – B – A.

* 1. A – C – D – B – A.
  2. A – C – B – D – A.

Шаг 5. Рассуждения по поводу числа путей движения коммивояжера.

Выясняем, что для определения пути движения необходимо осуществить перестановки элементов (С, В, D). От количества перестановок зависит число путей движения коммивояжера.

Шаг 6. Анализ сходных ситуаций при имеющемся наборе вариантов пути движения. Для удобства проведения дальнейших рассуждений обозначим сторону квадрата за *a*.

Проведя рассуждения по нахождению пути движения как суммы отрезков, делаем вывод, что варианты 1 и 4 идентичны, так как осуществляются по контуру самого квадрата.

Все оставшиеся пути 2, 3, 5 и 6 также идентичны, так как определяются удвоенной суммой стороны и диагонали квадрата.

Шаг 7. Подсчет длины пути различных вариантов пути.

Путь по контуру квадрата определяется выражением *4a*, а второй вариант пути вычисляется как *2(а+ а) = 2а(1+).*

Шаг 8.Выбор минимального пути.

Для выбора минимального пути необходимо провести сравнение двух выражений: *4a* и *2а(1+).*

Шаг 9. Разработка мини-проектов по определению минимального пути движения коммивояжера в зависимости от того, в вершинах какой фигуры находятся города:

* 1. в вершинах ромба (величины углов ромба группа учащихся определяет самостоятельно);
  2. в вершинах параллелограмма (параметры фигуры определяют участники группы);
  3. в вершинах трапеции (вид трапеции также определяет учащиеся).

*Замечание*.

На всех этапах эксперимента учащиеся пользовались индуктивным обобщением. Изначально каждая группа выбирала фигуру с числовыми данными ее элементов, например, с длиной стороны ромба, равной 5 и острым углом 30º. После решения задачи с числовыми данными, выполняется решение обобщенной.

Шаг 10. Обсуждение результатов мини-проектов.

Шаг 11. Вычленение возникших проблем при разработке проектов и обсуждение выводов. Выяснилось, что группа, занимающаяся вычислением наименьшего пути движения коммивояжера, если города находятся в вершинах трапеции, вынуждена была рассматривать несколько случаев в зависимости от вида фигуры: прямоугольная, равнобокая трапеции или трапеция с разными сторонами.

Вывод: чем точнее определяется путь движения коммивояжера, тем точнее можно определить минимальное его значение.

Шаг 12. Работа по темам исследования в рамках общей темы «Методы решения задачи коммивояжера».

Система работы с выпускниками 10-11 классов с сюжетными и комбинаторными задачами по особому алгоритму направлена на формирование интегрированного вида мышления, позволяющего научиться воспринимать любую проблемную задачу, ситуацию с различных позиций, осуществлять поиск различных методов решения, переход от обобщенного метода к частному и наоборот.

**Список литературы**

1. Кузьмин О.В. Методологические основы формирования комбинаторно-логического мышления старшеклассников / О. В. Кузьмин // Проблемы учебного процесса в инновационных школах : сб. научн. тр. / под ред. О. В. Кузьмина. – Иркутск : Иркут. Гос. ун-т, 2008.- Вып. 13. – С. 100-109.
2. Мин. Обр. РФ. «О введении элементов комбинаторики, статистики и теории вероятностей в содержание математического образования основной школы» № 03-93 ин/ 13-03 от 23.09.2003
3. Попова Т.Г. Математика. 10-11 классы. Развитие комбинаторно-логического мышления. Задачи, алгоритмы решений / Т.Г. Попова. – Волгоград: Учитель, 2009. - 111 с.
4. Попова Т.Г. Система элективных курсов, направленная на развитие комбинаторно-логического мышления старшеклассников. Математика. 10-11 класс: учебно-методическое пособие / Т.Г. Попова ; науч. ред. проф. О. В. Кузьмин. – Иркутск : Изд-во Иркут. гос. ун-та, 2008. – 39 с.